

94 數學甲、數學乙合訂本

—作答注意事項—

考試時間：80 分鐘

作答方式：第壹部分請用 2B 鉛筆在答案卡之「解答欄」內作答，選擇題答錯均倒扣。修正時應以橡皮擦拭，請勿在答案卡上使用修正液。第貳部分作答於「非選擇題答案卷」，請在規定之欄位以黑色或藍色筆作答，並於題號欄標明題號。

第壹部分作答示例：請仔細閱讀下面的例子。

(一) 選擇題：只用 1, 2, 3, 4, 5 等五個格子，而不需要用到 -, ±, 以及 6, 7, 8, 9, 0 等格子。

例：若第 1 題為單一選擇題，選項為(1)3 (2)5 (3)7 (4)9 (5)11，而正確的答案為 7，亦即選項(3)時，考生要在答案卡第 1 列的 $\overset{3}{\square}$ 劃記（注意不是 7），如：

解 答 欄														
1	$\overset{1}{\square}$	$\overset{2}{\square}$	$\overset{3}{\blacksquare}$	$\overset{4}{\square}$	$\overset{5}{\square}$	$\overset{6}{\square}$	$\overset{7}{\square}$	$\overset{8}{\square}$	$\overset{9}{\square}$	$\overset{0}{\square}$	$\overset{-}{\square}$	$\overset{\pm}{\square}$		

例：若第 10 題為多重選擇題，正確選項為(1)與(3)時，考生要在答案卡的第 10 列的 $\overset{1}{\square}$ 與 $\overset{3}{\square}$ 劃記，如：

10	$\overset{1}{\blacksquare}$	$\overset{2}{\square}$	$\overset{3}{\blacksquare}$	$\overset{4}{\square}$	$\overset{5}{\square}$	$\overset{6}{\square}$	$\overset{7}{\square}$	$\overset{8}{\square}$	$\overset{9}{\square}$	$\overset{0}{\square}$	$\overset{-}{\square}$	$\overset{\pm}{\square}$		
----	-----------------------------	------------------------	-----------------------------	------------------------	------------------------	------------------------	------------------------	------------------------	------------------------	------------------------	------------------------	--------------------------	--	--

(二) 選填題的題號是 A, B, C, ……，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。

例：若第 C 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答案卡的第 20 列的 $\overset{-}{\square}$ 與第 21 列的 $\overset{7}{\square}$ 劃記，如：

20	$\overset{1}{\square}$	$\overset{2}{\square}$	$\overset{3}{\square}$	$\overset{4}{\square}$	$\overset{5}{\square}$	$\overset{6}{\square}$	$\overset{7}{\square}$	$\overset{8}{\square}$	$\overset{9}{\square}$	$\overset{0}{\square}$	$\overset{-}{\blacksquare}$	$\overset{\pm}{\square}$		
21	$\overset{1}{\square}$	$\overset{2}{\square}$	$\overset{3}{\square}$	$\overset{4}{\square}$	$\overset{5}{\square}$	$\overset{6}{\square}$	$\overset{7}{\blacksquare}$	$\overset{8}{\square}$	$\overset{9}{\square}$	$\overset{0}{\square}$	$\overset{-}{\square}$	$\overset{\pm}{\square}$		

※請依各科考試時間及試場規則，誠實試做每一題（含非選擇題）。

※每完成試考一年度後，閱讀光碟內建「詳解」，以熟悉題型、掌握題性，再做另一年度。

※誠實試考的作用：一、提昇實力；二、預測現有實力大概的落點位置。

第壹部分：選擇題(佔 78 分)

一、單選題 (18%)

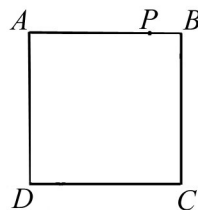
說明：第 1 至 3 題，每題選出一個最適當的選項，標示在答案卡之「解答欄」。每題答對得 6 分，答錯或劃記多於一個選項者倒扣 2 分，倒扣到本大題之實得分數為零為止，未作答者，不給分亦不扣分。

- 地震規模的大小通常用芮氏等級來表示。已知芮氏等級每增加 1 級，地震震幅強度約增加為原來的 10 倍，能量釋放強度則約增加為原來的 32 倍。現假設有兩次地震，所釋放的能量約相差 100,000 倍，依上述性質則地震震幅強度約相差幾倍？請選出最接近的答案。
 (1) 10 倍 (2) 100 倍 (3) 1000 倍 (4) 10000 倍
- $\frac{\sin 3\theta}{\sec 2\theta} - \frac{\cos 3\theta}{\csc 2\theta}$ 可化簡為
 (1) $\sin \theta$ (2) $\cos \theta$ (3) $\tan \theta$ (4) $\cot \theta$
- 令 $i = \sqrt{-1}$ ， \bar{z} 表複數 z 的共軛複數。在複數平面上，所有滿足方程式 $(1+i)z - (1-i)\bar{z} = 0$ 的複數 z ，會形成下列哪種的圖形？
 (1) 一點 (2) 一圓 (3) 一直線 (4) 兩直線

二、多選題 (48%)

說明：第 4 至 9 題，每題各有 4 個選項，其中至少有一個是正確的。選出正確選項，標示在答案卡之「解答欄」。每題 8 分，各選項獨立計分，每答對一個選項，可得 2 分，每答錯一個選項，倒扣 2 分，完全答對得 8 分，整題未作答者，不給分亦不扣分。若在備答選項以外之區域劃記，一律倒扣 2 分。倒扣到本大題之實得分數為零為止。

- 設 $f(x) = x^2 + a(1-x^2)$ 為一實係數多項式函數， a 為常數。下列敘述何者正確：
 - 不論 a 是何值， $f(x)$ 的函數圖形都不可能是直線。
 - 不論 a 是何值，若 $f(x)$ 有極值，則極值都等於 a 。(註：極大值與極小值統稱極值)
 - 0 有可能是 $f(x)$ 的極大值。
 - 若 $a \neq 0$ ，則 $f(x) = 0$ 無重根。
- 如圖， $ABCD$ 是邊長為 1 的正方形，在 AB 、 BC 、 CD 、 DA 四邊上依序任取一點 P 、 Q 、 R 、 S (皆非頂點)。若 $PQRS$ 是長方形但不是正方形，下列敘述何者正確：
 - $\triangle SAP$ 與 $\triangle PBQ$ 相似。
 - $\triangle SAP$ 和 $\triangle QCR$ 全等。
 - $PB = QB$ 。
 - $\triangle PBQ$ 的最大可能面積為 $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 。



6. 球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ 與空間中兩點 $P = (1, -2, 1)$, $Q = (-1, 2, -1)$ 的關係是：
- (1) 直線 PQ 和球面交於兩點。
 - (2) 線段 PQ 和球面交於兩點。
 - (3) 直線 PQ 與球面相切。
 - (4) 直線 PQ 通過球心。
7. 宴會在場的 50 位賓客有人偷了主人的珠寶，由於賓客身上都沒有珠寶，而且他們都不承認偷竊。警方決定動用測謊器，並且只問客人一個問題：「你有沒有偷珠寶？」。已知若某人說謊，則測謊器顯示他說謊的機率為 99%；若某人誠實，則測謊器顯示他誠實的機率是 90%。下列敘述何者正確：
- (1) 設竊賊只有一人。當賓客受測時，測謊器顯示賓客說謊的機率大於 10%。
 - (2) 設竊賊只有一人。當測謊器顯示一賓客說謊時，該賓客正是竊賊的機率大於 50%。
 - (3) 設竊賊只有一人，當測謊器顯示一賓客誠實時，該賓客卻是竊賊的機率小於 20%。
 - (4) 當測謊器顯示一賓客說謊時，該賓客是竊賊的機率，並不因竊賊人數多少而改變。
8. A 是 2×2 方陣，設 $A^2 = A \cdot A$, $A^3 = A \cdot A \cdot A$ ，以此類推。已知 $A \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ ， $A \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ ，若有 a, b 使得 $A^4 \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ ，下列敘述何者正確：
- (1) $a = -3$ 。
 - (2) $b = 2$ 。
 - (3) $A^2 \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ 。
 - (4) A 是一旋轉方陣。
9. 有一條拋物線位於坐標平面之上半面（即其 y 坐標 ≥ 0 ），並與 x -軸、直線 $y = x - 1$ 、直線 $y = -x - 1$ 相切。下列敘述何者正確：
- (1) 此拋物線的對稱軸必為 y -軸。
 - (2) 若此拋物線對稱軸為 y -軸，則其焦距為 1。（註：拋物線的焦距為焦點到頂點的距離）
 - (3) 此拋物線的頂點必在 x -軸上。
 - (4) 有不只一條拋物線滿足此條件。

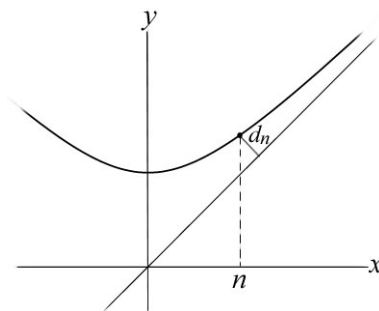
三、選填題 (12%)

說明：A、B 各題為選填題，請在答案卡的「解答欄」之列號 (10-13) 中標示答案。每一題完全答對得 6 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

- A. 全班男女生共 51 人，票選畢業旅行的目的地，每人限投一票，結果如右表。現以簡單隨機抽樣，抽出兩人，若這兩人都都是女生，則這兩人都想去墾丁的機率是 $0.\underline{10}\underline{11}$ （以四捨五入取到小數兩位）。

	女	男
墾丁	10	10
澎湖	6	10
花東	9	6

- B. 考慮雙曲線 $y^2 - x^2 = 1$ 圖形的上半部 (如右圖), 取此雙曲線上 x 坐標為 n 的點與漸近線 $y = x$ 的距離, 記為 d_n , 其中 n 為正整數。則 $\lim_{n \rightarrow \infty} (n \cdot d_n) = 0$. ⑫ ⑬ (以四捨五入取到小數兩位)



-----以下部分作答於答案卷-----

第貳部分：非選擇題 (佔 22 分)

說明：本大題共有二題計算證明題，答案務必寫在答案卷上，並於題號欄標明題號(一、二)，與子題號(1、2、3...)同時必須寫出演算過程或理由，否則將酌予扣分。每題配分標於題末。

- 一、 袋中有三個一樣大小的球，分別標示 10 分、20 分、30 分。重複自袋中取出一球後放回，記錄得分並累加，其中取出各球之機率皆相等。
1. 求抽三次後總分為 60 分的機率。(5 分)
 2. 遊戲「過三十」的規則是重複抽球，直到總得分大於或等於 30 分後停止，總得分恰為 30 分者輸，超過 30 分者贏。求贏得此遊戲之機率。(6 分)
- 二、 平面上有一橢圓，已知其焦點為 $(0,0)$ 和 $(4,4)$ ，且 $y = x + \sqrt{2}$ 為此橢圓的切線。
1. 求此橢圓的半長軸長。(6 分)
 2. 設此橢圓方程式為 $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey = 1$ ，求 A 、 B 、 C 、 D 、 E 之值。(5 分)

常用數值

1. $\pi \approx 3.1416$
2. $\sqrt{2} \approx 1.4142$, $\sqrt{3} \approx 1.7321$, $\sqrt{5} \approx 2.2361$, $\sqrt{7} \approx 2.6458$ 。
3. $\log_{10} 2 \approx 0.3010$, $\log_{10} 3 \approx 0.4771$, $\log_{10} 7 \approx 0.8451$ 。

後附數學乙題目

第壹部分：（77%）

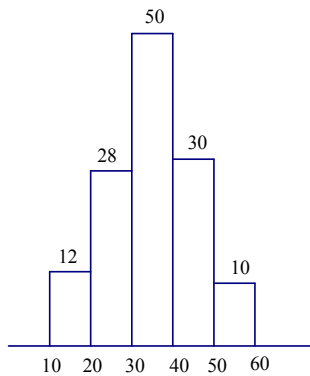
一、單一選擇題（16%）

說明：第 1、2 題為單一選擇題，選出最適當的一個選項，劃記在答案卡之「解答欄」。每題答對得 8 分，答錯或劃記多於一個選項者倒扣 2 分；倒扣到本大題之實得分數為零分為止。未答者，不給分亦不扣分。

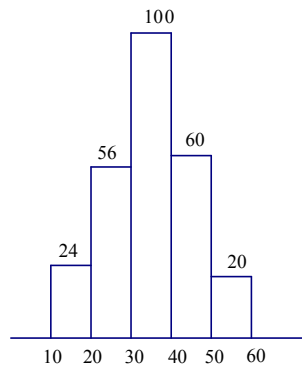
1. 設一地球儀的球心為空間坐標的原點，有兩個城市的坐標分別為 $A(1,2,2)$, $B(2,-2,1)$ 。假定地球為半徑等於 6400 公里的圓球，試問飛機從 A 城市直飛至 B 城市的最短航線長最接近下列那一個選項的值？
 (1) 8000 公里 (2) 8500 公里 (3) 9000 公里 (4) 9500 公里 (5) 10000 公里

2. 下列五個直方圖表示的資料，何者之標準差最大？

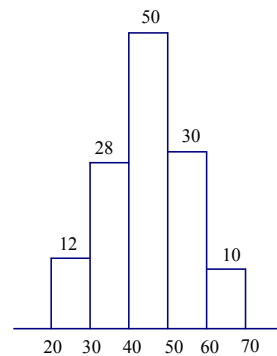
(1)



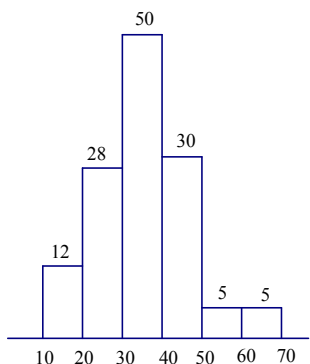
(2)



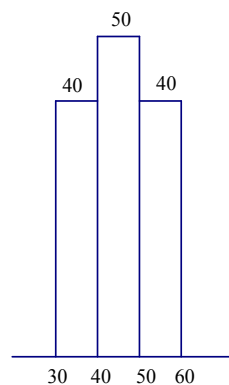
(3)



(4)



(5)



二、多重選擇題（16%）

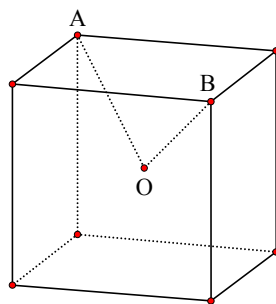
說明：第 3、4 題，每題各有 5 個選項，其中至少有一個選項是正確的。請選出正確選項，劃記在答案卡之「解答欄」。各選項獨立計分，每答對一個選項，可得 1.6 分；每答錯一個，倒扣 1.6 分；完全答對得 8 分；整題未答者，不給分亦不扣分。若在備答選項以外之區域劃記，一律倒扣 1.6 分。倒扣到本大題之實得分數為零為止。

3. 定義一組資料的第一十分位數 w_1 為『至少有(含) $\frac{1}{10}$ 的資料不大於 w_1 ，且至少有(含) $\frac{9}{10}$ 的資料不小於 w_1 』，試問下列敘述何者為真？
- (1) 任一組資料都恰有一個第一十分位數
 - (2) 若將原資料每個數據分別乘以 5，則原資料的第一十分位數乘以 5 也會是新資料的第一十分位數
 - (3) 若將原資料每個數據分別加 5，則原資料的第一十分位數加 5 也是此新資料的第一十分位數
 - (4) 若有 A,B 兩組資料其第一十分位數分別為 w_A, w_B ，則 $w_A + w_B$ 也是此兩組資料合併成一組後的第一十分位數
 - (5) 任一組資料的第一十分位數必小於該組資料之算術平均數
4. 試問在坐標平面上，下列有關拋物線的敘述哪些是正確的？
- (1) 能夠找到拋物線以 x 軸為準線， $x+y=0$ 為對稱軸。
 - (2) 能夠找到拋物線以 x 軸為準線，頂點是(1,1)，焦點是(1,2)。
 - (3) 能夠找到拋物線以 x 軸為準線，焦點是(2,2)，且通過(3,3)。
 - (4) 能夠找到拋物線以 x 軸為準線，且通過(3,3), (-3,4)。
 - (5) 能夠找到拋物線以 x 軸為準線， y 軸為對稱軸，且通過(3,3),(-3,3)。

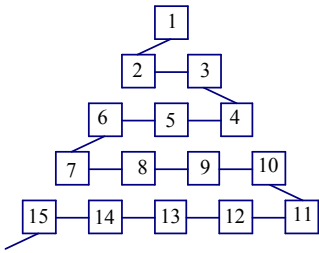
三、選填題 (45%)

說明：A, B, C, D, E 各題為選填題，劃記在答案卡之「解答欄」所標示的列號(5-21)內。每一題完全答對得 9 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

- A. 如圖所示設一正立方體的中心為 O ，而 A, B 為此正立方體同一面上的兩個對頂點，則 $\cos \angle AOB = \frac{\textcircled{5}\textcircled{6}}{\textcircled{7}}$ 。(以最簡分數表示)



B. 下圖是從事網路工作者經常用來解釋網路運作的蛇形模型：



數字 1 出現在第 1 列；數字 2,3 出現在第 2 列；數字 6,5,4(從左至右)出現在第 3 列；數字 7,8,9,10 出現在第 4 列；依此類推。試問第 99 列，從左至右算，第 67 個數字為 ⑧⑨⑩⑪。

C. 設 10^4 的所有正因數的乘積為 n ，則 $\log n =$ ⑫⑬。

D. 小明玩戰爭網路遊戲，在螢幕上有一坐標平面，飛機 P 以等速直線前進，在坐標 $(-12,4)$ 的位置被發現，經過 1 秒後到達坐標 $(-10,4)$ ，再經 1 秒後，小明從原點選一方向發射一飛彈 R，假設 R 也以直線前進且速率跟 P 相同，而且 R 剛好擊中 P。試求 R 擊中 P 時的坐標 (a,b) 為 (⑭⑮,⑯)。

E. 一實驗室培養兩種菌，令 $\langle a_n \rangle$ 和 $\langle b_n \rangle$ 分別代表兩種培養菌在時間點 n 的數量，彼此有如下的關係： $a_{n+1} = 2(a_n + b_n)$, $b_{n+1} = 2b_n$ ($n = 0, 1, 2, \dots$)。

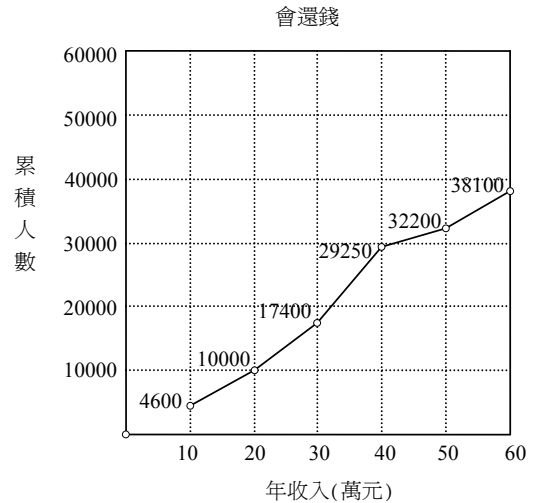
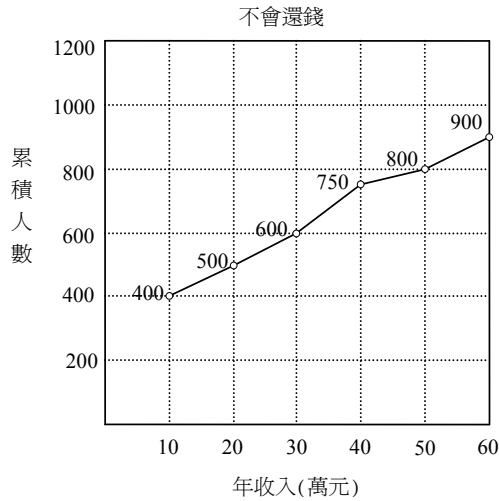
若二階方陣 $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ 滿足 $\begin{bmatrix} a_{n+3} \\ b_{n+3} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} a_n \\ b_n \end{bmatrix}$ ，(其中 $n = 0, 1, 2, \dots$)，則 $a =$ ⑰，

$b =$ ⑱⑲， $c =$ ⑳， $d =$ ㉑。

第貳部分：(23%)

說明：本大題共有二題計算證明題，答案務必寫在答案卷上，並於題號欄標明題號(一、二)與子題號(1、2)，同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分。每題配分標於題末。

一、某銀行檢討『一年期 20 萬元的小額急用貸款，一年後還款 21 萬元』的申請資格。過去幾年的記錄顯示：申辦此項貸款者一年後只有依約還款 21 萬元與違約不理(1 元都不還)兩種情形，沒有還一部分錢等其他情形發生；且發現會還錢或不會還錢者與其年收入有關，兩者的累積次數分配部分圖形如下：



- (1) 一個年收入 30 萬元以下的貸款者，會還錢的機率為何？(4 分)
- (2) 銀行貸款給一個年收入 30 萬元以下的客戶，銀行的獲利期望值為多少元？(6 分)

二、根據過去長期統計資料顯示：某公司推銷員的年資 x (年)，與每次推銷成功的機率 $y(x)$ ，滿足下列關係式： $y(x) = \frac{2^{-3+x}}{1+2^{-3+x}}$

- (1) 化簡 $r(x) = \frac{y(x)}{1-y(x)}$ ，並說明 $r(x)$ 的值隨 x 增大而增大(即 $r(x)$ 為遞增函數)。(6 分)
- (2) 說明年資 8 年(含)以上的推銷員，每次推銷**不成功**的機率小於 4%。(7 分)